



ПРОБНЫЙ МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

10–11 классы

Время выполнения — 120 минут

Задание № 1

Мама сварила детям кастрюлю пельменей, залитых бульоном. Иван выловил $\frac{3}{4}$ всех пельменей и съел. После этого Степан выпил половину бульона, и оказалось, что уровень бульона стал ниже на $\frac{2}{3}$. Чего по объему в кастрюле осталось больше: пельменей или бульона?

Задание № 2

У Пети есть 2023 карточки с числами 1, 2, ..., 2023 соответственно. Он хочет выкинуть одну карточку, а остальные разбить на группы по две карточки так, чтобы сумма чисел на карточках в каждой группе делилась на 6. Получится ли у него это сделать?

Задание № 3

Известно, что квадратные трехчлены $x^2 + sx + t$ и $x^2 + ux + v$ не имеют корней. Докажите, что квадратный трехчлен $7x^2 + (2s + 3u + 4)x + 2t + 3v + 2$ также не имеет корней.

Задание № 4

В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ угол ABC — прямой, $AC = CD$ и известно, что $\angle BCA = \angle ACD$. Точка F делит AD пополам, L — точка пересечения BF и AC . Докажите, что треугольник BCL — равнобедренный.

Задание № 5

На болоте в ряд на равном расстоянии друг от друга растут 2023 кочки. На средней кочке сидит роболягушка. Петя и Вася играют в следующую игру. Сначала Петя передает лягушке команду прыгнуть на одну кочку в одну из сторон, затем Вася передает команду прыгнуть на две кочки в какую-то из сторон, затем снова Петя — на четыре кочки и т. д. (Каждый ход длина прыжка увеличивается вдвое, игроки лишь выбирают направление.) Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из ребят может выиграть, независимо от игры соперника?

