

Зимний математический турнир АПО

7 февраля 2026

Профессионалы

1. Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$. На стороне CD выбрана точка M так, что $CM:MD = 2:1$, а на стороне DE выбрана точка N так, что $DN:NE = 2:1$. Найдите угол между AM и BN . В ответ запишите только число градусов.
2. Для двузначного числа X считают два контрольных значения: K_1 – квадрат суммы цифр числа X , K_2 – сумма цифр числа X^2 . Найдите все двузначные числа X , для которых выполнено равенство $K_1 = K_2$. В ответе расположите найденные числа в порядке возрастания через запятую без пробелов.
3. В городе Листограде за 30 дней фиксируют ясные и пасмурные дни. Известно, что в любом подряд идущем отрезке из 5 дней, ясных бывает не больше одного. Кроме того, в любом подряд идущем отрезке из 6 дней, ясный день будет обязательно. Сколько всего ясных дней могло быть за эти 30 дней? В ответе расположите найденные значения в порядке возрастания через запятую без пробелов.
4. Пятеро ребят сидят за круглым столом каждый с каким-то количеством жетонов. У первого в начале 81 жетон, а у остальных – разное количество. Они проводят 5 раундов по часовой стрелке. В своём раунде участник делает так: каждому из остальных он отдаёт столько своих жетонов, сколько у другого игрока сейчас есть. После того как все пятеро сделали это по одному разу, оказалось, что у всех стало равное количество жетонов. Сколько жетонов было у каждого из ребят в начале? Значения напишите по порядку ходов игроков через запятую без пробелов.
5. На заводе делают панели размера $1 \times 1 \times 2$. Каждая панель окрашена либо в синий, либо в красный цвет. Из 60 красных и 48 синих панелей собрали куб размера $6 \times 6 \times 6$. Какое наибольшее число красных клеток может оказаться на поверхности куба?
6. Два сервера отправляют файлы с периодами a и b секунд, $a, b \in \mathbb{N}$. Известно, что $\text{НОК}(a, b) - \text{НОД}(a, b) = \frac{1}{5}ab$. Чему могут быть равны значения a и b , если известно, что $a < b$. В ответ запишите значения через запятую без пробелов, сначала для a , затем для b .
7. В мастерской есть 14 разных гирек массами 1, 2, 3, ..., 14 граммов. Нужно взять ровно 12 гирек так, чтобы суммарная масса была равна 90 г. Сколькими способами это можно сделать?
8. В компьютерной игре есть 15 локаций. Между некоторыми парами локаций расположены порталы, причём каждый портал обслуживается одной из трёх гильдий: красной, синей или зелёной. Известно, что если любая одна гильдия внезапно

отключит все свои порталы, то игрок всё равно сможет добраться из любой локации в любую другую, используя порталы двух оставшихся гильдий, возможно с пересадками. Какое минимальное число порталов может быть в игре?

9. На столе лежат 10 карточек с числами от 1 до 10. Их выстроили в ряд в случайном порядке. Назовём конфликтом пару карточек (x, y) (не обязательно соседних), если карточка с большим числом стоит левее карточки с меньшим. Карточки выложили в ряд произвольным образом. Какое число конфликтов может быть? В ответ запишите сумму всех возможных значений количества конфликтов.
10. В тренировочном центре спортсмен измерял нагрузку 11 дней подряд. Оказалось, что суммарная нагрузка за эти 11 дней является полным квадратом, а также представляется в виде суммы квадратов 11 последовательных натуральных чисел. Найдите минимально возможные 11 последовательных чисел, для которых выполнено данное условие. В качестве ответа запишите минимальное из этих чисел.
11. В музее на каждом экспонате стоит трёхзначный инвентарный код N . Для контроля заведующий вычисляет контрольное число – сумму цифр этого кода. Оказалось, что для одного экспоната контрольное число получилось ровно в 11 раз меньше самого кода. Найдите все возможные такие трёхзначные коды N .
12. На фабрике за смену выпустили N деталей двух типов: тип X и тип Y . Известно, что деталей типа X оказалось 40% от общего выпуска, а среди деталей типа X доля деталей с маркировкой «А» составил 34%. а) Найдите наименьшее возможное N . После контроля качества часть деталей типа X была забракована и утилизирована. При этом доля деталей с маркировкой «А» среди оставшихся деталей типа X стала равна 33%. б) Найдите наименьше возможное N в этом случае. Ответы на вопросы запишите через запятую без пробелов, сначала для пункта а), затем для пункта б).
13. В кружке робототехники есть 10 железных роботов и 10 пластиковых роботов. Руководитель хочет собрать команду роботов для турнира так, чтобы в команде было поровну железных и пластиковых роботов. Сколькими способами можно выбрать такую команду (В команде должно быть хотя бы два робота)?
14. В треугольнике ABC . Провели биссектрису AD , длина которой равна 5. Также известно, что угол $\angle B = 20^\circ$, $\angle C = 40^\circ$. Найдите модуль разности длин сторон BC и AB .
15. На собрании математического кружка присутствует преподаватель и несколько учеников. Известно, что возраст преподавателя на 24 года больше, чем средний возраст всех учеников, а также на 20 лет больше, чем средний возраст всех присутствующих включая его. Сколько всего людей было на собрании?

16. Вася придумал последовательность $\{b_n\}$, члены которой начиная с четвёртого удовлетворяют соотношению $b_n \cdot b_{n-2}^3 = b_{n-3} \cdot b_{n-1}^3$. Также известно, что $b_1 = b_3 = 2, b_2 = 1$. Найдите степень вхождения двойки в разложение на простые множители числа b_{2026} .