

Весенний турнир юных математиков 2026

Профессионалы

30 мая 2026

Условия

1. В треугольнике ABC известно, что $AB = AC$, а угол $\angle BAC$ равен 80° . На стороне BC выбрали точки D и E так, что $BD = AB$ и $CE = AC$, причём точки на стороне BC расположены в порядке B, E, D, C . Через точку D провели прямую, параллельную AC , а через точку E – прямую, параллельную AB . Эти прямые пересеклись в точке K . Найдите угол $\angle DAK$.
2. Найдите все трёхзначные числа n , для которых выполнено равенство $n = 41 \cdot S(n) + 16$, где $S(n)$ – сумма цифр числа n . В ответе запишите найденные числа в порядке возрастания через запятую без пробелов.
3. Сколько существует перестановок чисел $1, 2, \dots, 9$, в которых сумма любых двух соседних чисел не делится на 3?
4. В системе связи 10 узлов. Нужно проложить как можно меньше кабелей так, чтобы после выхода из строя любых двух узлов оставшаяся система всё равно была связной. Какое минимальное число кабелей необходимо?
5. Из чисел $1, 2, \dots, 18$ выбирают четыре различных числа $a < b < c < d$. Сколько существует выборов, для которых $a + d = b + c$?
6. Найдите все натуральные n , для которых число $7n + 5$ делит число $3n + 127$. В ответ укажите все возможные значения n в порядке возрастания без пробелов.
7. Код состоит из шести цифр от 0 до 9. Назовём его сбалансированным, если сумма первых трёх цифр равна сумме последних трёх цифр. Сколько существует сбалансированных кодов, отличных от 000000?
8. Сколько существует слов длины 13, состоящих из 8 букв А и 5 букв Б, в которых нигде не встречаются три буквы Б подряд?
9. Из чисел $1, 2, \dots, 40$ нужно выбрать как можно больше чисел так, чтобы никакие два выбранных числа не отличались на 10 и никакие два выбранных числа не давали в сумме 41. Сколько чисел можно выбрать?
10. В треугольнике ABC известно, что $AB = AC$, а угол $\angle BAC$ равен 20° . На стороне AB выбрали точку D , а на стороне AC выбрали точку E так, что $CD = AD$ и $BE = AE$. Прямые CD и BE пересекаются в точке P . Найдите угол $\angle BPC$.
11. Сколько натуральных делителей числа $N = 2^6 \cdot 3^5 \cdot 5^4 \cdot 7^2$ являются кратными 180, но не являются кратными 2520?
12. Числа $1, 2, \dots, 11$ нужно разбить на две группы с одинаковой суммой. Сколько существует таких разбиений, если порядок групп не важен?

13. Сколько существует последовательностей из 12 нулей и единиц, в которых ровно пять единиц и нигде не встречаются три нуля подряд?

14. Найдите наименьшее целое $n > 1000$, для которого число $2^n + 3^n$ делится на 13.

15. На складе лежат коробки трёх видов: A , B и C . Всего коробок меньше 200. Известно, что коробок A ровно $\frac{2}{7}$ от общего числа, а коробок B ровно $\frac{3}{5}$ от числа коробок, не являющихся A . После того как 21 коробку C увезли, коробок B стало ровно $\frac{4}{7}$ от оставшегося числа коробок. Сколько коробок было на складе сначала?

16. Последовательность задана условиями $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, а при $n \geq 3$ выполняется $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2}$. Сколько среди первых 2026 членов последовательности делятся на 5?