

Зимний математический турнир АПО

7 февраля 2026

Любители

1. Для двузначного числа X считают два контрольных значения: K_1 – квадрат суммы цифр числа X , K_2 – сумма цифр числа X^2 . Найдите все двузначные числа X , для которых выполнено равенство $K_1 = K_2$. В ответе расположите найденные числа в порядке возрастания через запятую без пробелов.
2. В городе Листограде за 30 дней фиксируют ясные и пасмурные дни. Известно, что в любом подряд идущем отрезке из 5 дней, ясных бывает не больше одного. Кроме того, в любом подряд идущем отрезке из 6 дней, ясный день будет обязательно. Сколько всего ясных дней могло быть за эти 30 дней? В ответе расположите найденные значения в порядке возрастания через запятую без пробелов.
3. Пятеро ребят сидят за круглым столом каждый с каким-то количеством жетонов. У первого в начале 81 жетон, а у остальных – разное количество. Они проводят 5 раундов по часовой стрелке. В своём раунде участник делает так: каждому из остальных он отдаёт столько своих жетонов, сколько у другого игрока сейчас есть. После того как все пятеро сделали это по одному разу, оказалось, что у всех стало равное количество жетонов. Сколько жетонов было у каждого из ребят в начале? Значения напишите по порядку ходов игроков через запятую без пробелов.
4. На заводе делают панели размера $1 \times 1 \times 2$. Каждая панель окрашена либо в синий, либо в красный цвет. Из 60 красных и 48 синих панелей собрали куб размера $6 \times 6 \times 6$. Какое наибольшее число красных клеток может оказаться на поверхности куба?
5. Два сервера отправляют файлы с периодами a и b секунд, $a, b \in \mathbb{N}$. Известно, что $\text{НОК}(a, b) - \text{НОД}(a, b) = \frac{1}{5}ab$. Чему могут быть равны значения a и b , если известно, что $a < b$. В ответ запишите значения через запятую без пробелов.
6. В мастерской есть 14 разных гирек массами 1, 2, 3, ..., 14 граммов. Нужно взять ровно 12 гирек так, чтобы суммарная масса была равна 90 г. Сколькими способами это можно сделать?
7. В компьютерной игре есть 15 локаций. Между некоторыми парами локаций расположены порталы, причём каждый портал обслуживается одной из трёх гильдий: красной, синей или зелёной. Известно, что если любая одна гильдия внезапно отключит все свои порталы, то игрок всё равно сможет добраться из любой локации в любую другую, используя порталы двух оставшихся гильдий, возможно с пересадками. Какое минимальное число порталов может быть в игре?

8. На столе лежат 10 карточек с числами от 1 до 10. Их выстроили в ряд в случайном порядке. Назовём конфликтом пару карточек (x, y) (не обязательно соседних), если карточка с большим числом стоит левее карточки с меньшим. Карточки выложили в ряд произвольным образом. Какое число конфликтов может быть? В ответ запишите сумму всех возможных значений количества конфликтов.
9. В музее на каждом экспонате стоит трёхзначный инвентарный код N . Для контроля заведующий вычисляет сумму цифр этого кода. Оказалось, что для одного экспоната контрольное число получилось ровно в 11 раз меньше самого кода. Найдите все возможные такие трёхзначные коды N .
10. На собрании математического кружка присутствует преподаватель и несколько учеников. Известно, что возраст преподавателя на 24 года больше, чем средний возраст всех учеников, а также на 20 лет больше, чем средний возраст всех присутствующих включая его. Сколько всего людей было на собрании?
11. В киберспортивной лиге выступали 12 команд. Они сыграли круговой турнир: каждая команда с каждой сыграла ровно один матч. За победу дают 1 очко, за ничью 0.5, а за поражение – 0. По итогам турнира оказалось, что у всех участвующих команд разное число очков, а команда, занявшая второе место набрала ровно столько очков, сколько заработали команды с 8-го по 12-ое места. Как закончился матч между командами, занявшими 7-ое и 9-ое места соответственно? В ответе запишите сначала сколько очков набрали команды с 8-го по 12-ое места в сумме, а затем без пробелов запишите место команды победителя в игре между 7-ой и 9-ой командой, если же была ничья, то допишите 0.
12. В онлайн-платформе есть 100 авторов, которые делят между собой весь рекламный доход за месяц – всего 100 баллов (у кого-то может быть 0, также у авторов может быть нецелое число баллов). Известно, что любые 66 авторов вместе получают не меньше 50 баллов. Какое наибольшее число баллов может получить один автор?
13. На выставке робот собрал мозаику 8×8 из квадратных плиток 1×1 , после чего он разрезал её лазером на детали двух типов: квадратные модули 2×2 и длинные планки 1×4 . Известно, что суммарная длина всех лазерных разрезов оказалась равна 54. Сколько деталей каждого вида получилось? Сначала запишите количество квадратных деталей, а затем количество прямоугольных деталей без пробелов.
14. В лаборатории есть два типа роботов: «сканы» – всегда выводящие верный ответ и «глюки», всегда выводящие неверный ответ. На проверке работоспособности выставили 65 роботов, после чего они по очереди вывели по одному сообщению. Каждый робот выводил фразу: «среди всех предыдущих сообщений верных ровно на 20 меньше, чем неверных». Сколько «сканов» было на проверке работоспособности?

15. В честь наступления 2026 года Настя решила найти последнюю цифру числа, равного сумме квадратов натуральных чисел от 1 до 2026. Какая цифра у неё могла получиться?
16. На круглом циферблате отмечены 25 точек, каждая из которых окрашена либо в оранжевый, либо в фиолетовый цвет. Некоторые пары точек соединены нитками, причём каждая нитка соединяет точки разных цветов. Известно, что ни у каких двух оранжевых кнопок не совпадает число ниток, выходящих из них. Какое наибольшее число оранжевых точек может быть на циферблате?