

Весенний турнир юных математиков 2026

Любители

30 мая 2026

Условия

1. У трёх натуральных чисел попарные суммы равны 35, 39, 44. Найдите произведение этих трёх чисел.
2. Найдите все трёхзначные числа n , для которых выполнено равенство $n = 41 \cdot S(n) + 16$, где $S(n)$ – сумма цифр числа n . В ответе запишите найденные числа в порядке возрастания через запятую без пробелов.
3. В трёх коробках лежат 10, 14, и 22 камня. За один ход разрешается выбрать две коробки, вынуть из каждой по одному камню и положить эти два камня в третью коробку. Можно ли за несколько ходов получить 15, 15 и 16 камней в коробках соответственно (порядок важен)? Если можно – в ответе укажите количество ходов, если нет, то запишите в ответ 0.
4. В трёх шкатулках лежат камни. За один ход разрешается выбрать одну шкатулку и переложить из неё по одному камню в каждую из двух других шкатулок. То есть выбранная шкатулка теряет 2 камня, а две остальные получают по 1 камню. Изначально в шкатулках лежало 36, 15 и 3 камня. Можно ли за несколько ходов получить по 18 камней в каждой шкатулке?
Если можно, в ответе запишите наименьшее число ходов. Если нельзя – запишите 0.
5. На клетчатой доске 8×8 нужно закрасить несколько клеток так, чтобы: 1) закрашенная фигура была связной по сторонам, 2) она касалась всех четырёх сторон доски, 3) среди всех таких фигур в ней было бы как можно меньше клеток. Сколько клеток нужно закрасить? Какой наименьший периметр может быть у такой фигуры? Ответы на вопросы дайте последовательно без пробелов.
6. На кодовом замке стоят три колёсика с цифрами от 0 до 9. За один ход можно повернуть любые два колёсика на 1 вперёд: цифра 0 превращается в 1, 1 – в 2, ..., 8 – в 9, а 9 – снова в 0. Сначала на замке стоял код 000. Нужно получить код 357. Какое наименьшее число ходов для этого потребуется? В ответ напишите наименьшее возможное число ходов, если это можно сделать и 0 иначе.
7. Найдите все натуральные n , для которых число $7n + 5$ делит число $3n + 127$. В ответ укажите все возможные значения n в порядке возрастания без пробелов.
8. Код состоит из шести цифр от 0 до 9. Назовём его сбалансированным, если сумма первых трёх цифр равна сумме последних трёх цифр. Сколько существует сбалансированных кодов, отличных от 000000?
9. Сколько существует слов длины 13, состоящих из 8 букв А и 5 букв Б, в которых нигде не встречаются три буквы Б подряд?
10. За круглым столом сидят 20 жителей острова. Каждый из них либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда врёт. Каждый житель сказал одну и ту же фразу: «Среди трёх следующих за мной по часовой стрелке жителей ровно два рыцаря». Известно, что за столом есть хотя бы один рыцарь. Сколько рыцарей сидит за столом?

11. На доске написаны числа 2, 5, 8, 11, ..., 35 – всего 12 чисел арифметической прогрессии. Нужно выбрать несколько чисел так, чтобы никакие два выбранных числа не были соседними в этой записи. Какое наибольшее возможное значение суммы выбранных чисел?
12. Сколько натуральных делителей числа $N = 2^6 \cdot 3^5 \cdot 5^4 \cdot 7^2$ являются кратными 180, но не являются кратными 2520?
13. Сколько существует последовательностей из 12 нулей и единиц, в которых ровно пять единиц и нигде не встречаются три нуля подряд?
14. В коробке лежат карточки с числами от 1 до 50. Какое наименьшее количество карточек нужно взять, чтобы среди выбранных обязательно нашлись две карточки, сумма чисел на которых равна 51.
15. На складе лежат коробки трёх видов: A , B и C . Всего коробок меньше 200. Известно, что коробка A ровно $\frac{2}{7}$ от общего числа, а коробка B ровно $\frac{3}{5}$ от числа коробок, не являющихся A . После того как 21 коробку C увезли, коробка B стало ровно $\frac{4}{7}$ от оставшегося числа коробок. Сколько коробок было на складе сначала?
16. У куба 8 вершин. Каждую вершину нужно покрасить в чёрный или белый цвет так, чтобы на каждой грани куба было чётное число чёрных вершин. Сколько существует таких раскрасок?