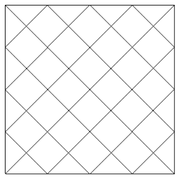
Ассоциация победителей олимпиад. Игра «Пенальти».
Лига «Профессионалы». 7 класс. Условия.
19 августа 2025 года.

1. В треугольнике ABC с $\angle B$=40° провели биссектрису BK, а из точки K опустили перпендикуляр KH на сторону AB. Оказалось, что H – середина стороны AB. Найдите $\angle BKC$ в градусах.

2. Найдите наибольшее натуральное число из различных цифр, в котором сумма любых трёх подряд идущих цифр делится на 2.

3. Знайка, рассматривая коллекцию инвестиционных монет, выложил в ряд 2025 монет достоинством 1, 2 и 3 рубля. Оказалось, что между любыми двумя рублёвыми монетами лежит хотя бы одна монета, между любыми двумя двухрублёвыми монетами лежат хотя бы две монеты, а между любыми двумя трёхрублевыми монетами лежат хотя бы три монеты. Сколько у Знайки могло быть трёхрублёвых монет? Укажите все найденные ответы без пробелов в порядке возрастания.

4. Каждую сторону квадрата разделили на 2025 равных частей и через каждую точку деления провели по две прямые (через вершины – по одной), параллельные диагоналям квадрата. На сколько частей все проведённые прямые разбили квадрат?



5. Найдите наибольший простой делитель числа ($8^{16} – 16^{8}$).

6. На плоскости даны три равных несовпадающих отрезка. Сколько осей симметрии может иметь фигура, состоящая из этих трёх отрезков? Укажите все найденные ответы без пробелов в порядке убывания.

7. Выпишите в порядке убывания без пробелов все натуральные числа x, удовлетворяющие ровно одному из четырёх условий: 1) x>6; 2) x − чётно; 3) x делится на 3; 4) x>12.

8. Сколько существует несократимых дробей с числителем 2025, которые больше 1/2026 и меньше 1/2025, и при этом не равны целому числу?

9. На Поле Чудес используются монеты с номиналом 1, 15 и 50 сольдо. Буратино отдал за букварь несколько монет и получил сдачу на одну монету больше. Какое минимальное количество сольдо мог стоить букварь?

10. Из вершины развёрнутого угла провели N лучей так, что величины всех (N+1) получившихся углов между соседними лучами различны и равны целому количеству градусов. При каком наибольшем N такое могло быть?

11. На острове рыцарей и лжецов (рыцари всегда говорят правду, а лжецы – лгут) в математической игре участвовали 15 команд по 4 человека в каждой команде. Капитан каждой команды заявил, что по крайней мере в трёх командах есть рыцари. Какое количество рыцарей могло участвовать в этой игре? В ответе укажите, сколько существует подходящих количеств рыцарей. Например, если могло быть 1, 8 или 32 рыцаря, то в ответе надо указать число 3.

12. Разбейте число 186 на три попарно различных натуральных слагаемых, сумма любых двух из которых делится на третье. В ответе укажите их в порядке возрастания без пробелов.

13. Про числа a, b, c и d известно, что $a=bcd$, $a+b=cd$, $a+b+c=d$ и $a+b+c+d=1$. Найдите наименьшее из этих чисел и представьте его в виде несократимой дроби m/n, где m − целое, n − натуральное. В ответе запишите числа m и n без пробелов.

14. В виде суммы какого наибольшего количества простых слагаемых можно представить число 2025?

15. Планета представляет из себя куб со стороной 5. Каждая страна на планете − это кубик со стороной 1. Какое минимальное число пограничных переходов между соседними (по стороне) странами нужно сделать, чтобы из каждой страны можно было добраться до края планеты?

16. Петя задумал четыре числа, попарно сложил их и выписал на доске пять из шести получившихся сумм. Это оказались числа 13, 15, 18, 20, 22. Чему может быть равна шестая сумма? Укажите все найденные ответы в порядке возрастания без пробелов.