

Ассоциация победителей олимпиад. Игра «Пенальти».

Лига «Любители». 6 класс. Условия.

19 августа 2025 года.

1. Из натурального числа вычли сумму его цифр, из полученного числа снова вычли сумму его цифр (уже нового числа) и так далее. После 12 таких вычитаний впервые получился ноль. С какого числа начали? В ответе укажите все возможные варианты в порядке возрастания без пробелов.
2. Найдите наибольшее натуральное число из различных цифр, в котором сумма любых трёх подряд идущих цифр делится на 2.
3. Знайка, рассматривая коллекцию инвестиционных монет, выложил в ряд 2025 монет достоинством 1, 2 и 3 рубля. Оказалось, что между любыми двумя рублёвыми монетами лежит хотя бы одна монета, между любыми двумя двухрублёвыми монетами лежат хотя бы две монеты, а между любыми двумя трёхрублевыми монетами лежат хотя бы три монеты. Сколько у Знайки могло быть трёхрублёвых монет? Укажите все найденные ответы без пробелов в порядке возрастания.
4. В каждой клетке доски 4×4 стоит по фишке. Каждую фишку переложили на соседнюю по стороне клетку. Какое наименьшее количество занятых клеток могло получиться после такого перекладывания?
5. Футболисты команды «Динамо» провели три игры, в которых они забили три мяча, а пропустили один. Сколько очков они могли набрать в этих трёх играх? (За победу команда получает 3 очка, за ничью – 1, за поражение – 0.) Запишите в ответе все возможные варианты в порядке возрастания без пробелов.
6. В одной из двух бочек 8 литров мёда, другая – пуста. Из первой бочки во вторую переливают половину имеющегося там мёда, затем из второй в первую – треть имеющегося там мёда, потом из первой во вторую – четверть имеющегося там мёда и т.д. Сколько мёда будет в первой бочке после 11 переливаний?
7. Выпишите в порядке убывания без пробелов все натуральные числа x , удовлетворяющие ровно одному из четырёх условий: 1) $x > 6$; 2) x – чётно; 3) x делится на 3; 4) $x > 12$.
8. Газету (прямоугольный лист) 8 раз сложили пополам (поочередно вдоль и поперёк), после чего оторвали от неё 4 угла. Если теперь развернуть газету, то сколько в ней будет дырок?
9. На Поле Чудес используются монеты с номиналом 1, 15 и 50 сольдо. Буратино отдал за букварь несколько монет и получил сдачу на одну монету больше. Какое минимальное количество сольдо мог стоить букварь?
10. В выражении $2025 - 2026 - 2025 - 2026 - 2025 - \dots - 2025$ (всего 2025 чисел) некоторым образом расставили скобки и вычислили значение полученного выражения. Какое наибольшее значение могло быть получено? Ответ дать числом в десятичной записи.
11. На острове рыцарей и лжецов (рыцари всегда говорят правду, а лжецы – лгут) в математической игре участвовали 15 команд по 4 человека в каждой команде. Капитан каждой команды заявил, что по крайней мере в трёх командах есть рыцари. Какое количество рыцарей могло участвовать в этой игре? В ответе укажите, сколько существует подходящих количеств рыцарей. Например, если могло быть 1, 8 или 32 рыцаря, то в ответе надо указать число 3.
12. Разбейте число 186 на три попарно различных натуральных слагаемых, сумма любых двух из которых делится на третье. В ответе укажите их в порядке возрастания без пробелов.
13. На прямой отметили две точки на расстоянии 13 см друг от друга. Какое наименьшее число точек надо ещё отметить на отрезке с концами в этих точках, чтобы для любого натурального числа от 1 до 13 нашлись две отмеченные точки, расстояние между которыми равно этому числу (в см)?
14. В виде суммы какого наибольшего количества простых слагаемых можно представить число 2025?

15. На плоскости даны 10 прямых, среди которых нет параллельных. Ровно четыре из них пересекаются в точке A и ровно три – в точке B , а в остальных случаях прямые пересекаются только по две. Сколько всего различных точек пересечения у этих прямых?
16. Петя задумал четыре числа, попарно сложил их и выписал на доске пять из шести получившихся сумм. Это оказались числа 13, 15, 18, 20, 22. Чему может быть равна шестая сумма? Укажите все найденные ответы в порядке возрастания без пробелов.