Ассоциация победителей олимпиад. Игра «Пенальти».

<u>Лига «Профессионалы»</u> ***<u>7 класс.</u>*** **<u>Условия</u>.**

22 февраля 2025 года.

1. Кондуктор оторвал из катушки несколько билетов с последовательными шестизначными номерами. Оказалось, что доля оторванных билетов, в которых есть цифра 3, среди всех оторванных равна 1/12. Какое наибольшее число билетов мог оторвать кондуктор?

2. Винтик написал на доске натуральное число, а затем поделил с остатком на 111. Оказалось, что сумма неполного частного и остатка равна 400. Затем Шпунтик тоже поделил поделил исходное число с остатком, но на 777. Сумма неполного частного и остатка оказалась равна 400. Какое число мог изначально написать Винтик? Найдите все возможные варианты. В ответе укажите сумму всех найденных вариантов.

3. Сколькими способами можно разменять 2025 рублей монетами по 1, 2 и 5 рублей?

4. В зоомагазине 3 амадины стоят как 5 попугаев и 2 канарейки, 8 попугаев — как 1 канарейка и 3 амадина. Сколько амадин стоят как 14 канареек?

5. Николай хочет расставить на доске 6 х 7 максимально возможное количество не бьющих друг друга шахматных королей. Сколькими способами он может это сделать? (Король бьёт все соседние клетки, в том числе по диагонали).

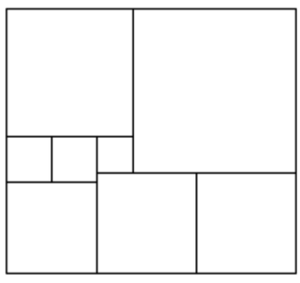
6. Два велосипедиста едут по круговой дорожке в одном направлении. Первый обгоняет второго каждые 5 минут. Когда они начали ехать в противоположных направлениях, встречи стали происходить каждые 3 минуты. Во сколько раз скорость первого велосипедиста больше скорости второго?

7. Из единичных кубиков составлен кубик размером 5х5х5. Какое наибольшее число кубиков можно из него удалить так, чтобы при взгляде на оставшуюся фигуру вдоль любого ребра был виден квадрат размером 5х5 без просветов?

8. Сумму двух трехзначных натуральных чисел поделили на модуль их разности. Получилось четное число. Какое наибольшее значение оно могло принимать?

9. В курсе по комбинаторике 26 модулей. Все модули содержат разное количество задач: от 1 до 26. Известно, что задачи в каждом модуле пронумерованы по порядку, в курсе предусмотрена сплошная нумерация задач между модулями, а первая задача первого модуля имеет номер 1. Например, если в первом модуле 5 задач, во втором — 9, а в третьем — 4, то в первом модуле задачи 1–5, во втором — 6–14, в третьем — 15–18. Какое наименьшее количество модулей в курсе может начинаться с задачи с нечётным номером?

10. Прямоугольник разрезан на 8 квадратов (см. рисунок). Сторона самого маленького центрального квадрата равна 8. Чему равна сторона самого большого?



11. Сколько решений имеет ребус (разные буквы --- разные цифры): П * О * И * С * К = Р * Е * Ш * Е * Н * И * Й ?

12. Найдите все двузначные числа, у которых четвёртая степень суммы цифр равна сумме цифр четвёртой степени самого числа. В ответе укажите произведение всех найденных чисел.

13. В треугольнике *ABC* сторона *AB* – наибольшая. На отрезке *AB* отложены отрезки *AK*=*AC* и *BM*=*BC*. Угол *MCK* равен 20. Найдите угол *ACB* (в градусах).

14. Несколько (больше одного) теннистов провели между собой турнир в несколько кругов (в одном круге каждый с каждым сыграл по одному матчу). Во сколько кругов мог пройти этот турнир, если всего было сыграно 224 матча? В ответе укажите сумму всех возможных вариантов ответа.
15. Назовём натуральное число интересным, если сумма любых трёх подряд идущих цифр в нём чётная. Напишите наибольшее интересное число из различных цифр.
16. На острове Невезения живут 1000 жителей: 500 рыцарей, которые всегда говорят правду, и 500 лгунов, которые всегда лгут. У каждого из жителей острова есть хотя бы один друг. Однажды жители острова встали в шеренгу. Первые 500 заявили: «Все мои друзья — рыцари», а остальные сказали: «Каждый мой друг — лгун». Какое наименьшее количество дружеских пар, состоящих из рыцаря и лгуна, может быть на острове? (Один и тот же житель острова может входить в несколько разных пар).
17. Во всех клетках таблицы стоят нули. Знайка несколько раз выбирает квадрат 2×2 и увеличивает на 1 все числа, стоящие в нём. Какое число написано в центре таблицы (см. рисунок), если известны числа только в четырёх клетках исходной таблицы?

*	4	*
5	*	*
2	*	3

18. У Незнайки есть 27 гирь с целыми массами от 1 до 27 кг (все гири весят разное число килограмм). Незнайка распределил гири на группы, в каждой из которых самая тяжёлая гиря уравновешивает все остальные гири этой группы. Чему может равно число групп? В ответе укажите произведение всех возможных вариантов.
19. Даны натуральные числа x и y. Известно, что из следующих четырёх утверждений:
а) $x+1$ делится на y,
б) $x=2y+5$,
в) $x+y$ делится на 3,
г) $x+7y$ – простое число;
три верных, а одно – неверное. Найти все возможные пары чисел x и y. Найдите все возможные варианты. В каждом варианте посчитайте число $10x+y$. В ответе укажите произведение чисел $10x+y$ для всех вариантов.
20. Какое наибольшее количество ромбиков из двух треугольников (см. картинку слева), можно вырезать по линиям треугольной сетки из шестиугольника на картинке справа?