



## Программа занятий Школы АПО по математике в 2023–2024 учебном году

### 6-7 классы

Сентябрь 2023 года

**Тема месяца:** методы рассуждений.

**Цели месяца:**

обучающийся **понимает:**

- метод доказательства от противного;
- принцип Дирихле;
- концепцию чётности и принцип чередования;
- принцип двойного подсчёта;
- идею биекции для сравнения мощности множеств;
- что такое инвариант процесса и возможности применения инвариантов в задачах на доказательство;
- как различные раскраски клетчатой плоскости могут помочь в задачах на доказательство.

обучающийся **умеет:**

- формулировать отрицания к утверждениям;
- уместно использовать принцип Дирихле;
- применять идеи чётности и чередования;
- использовать в задачах идею двойного подсчёта;
- использовать принцип разбиения на пары и группы в различных задачах;
- решать задачи с помощью идеи поиска инварианта;
- решать задачи на клетчатой плоскости методом раскраски.





№	Дата	Время	Формат занятия	Тема занятия	Содержание занятия
1	11.09	19:00	Семинар	Метод доказательства от противного, принцип Дирихле	Понятие отрицания. Логические операции. Парадокс лжеца. Доказательство утверждений методом от противного. Смысл и доказательство утверждений с помощью принципа Дирихле. Применение принципа Дирихле в задачах. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
2	13.09	19:00	Семинар	Чётность, чередование	Задачи на идеи чётности и чередования. Свойства чётности у чисел. Шахматная раскраска. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
3	15.09	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы.
4	18.09	19:00	Семинар	Двойной подсчёт	Метод двойного подсчёта одной и той же величины в различных задачах. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
5	20.09	19:00	Семинар	Биекция, разбиение на группы	Применение идеи биекции для сравнения мощности множеств. Различные задачи на идею соответствия. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
6	22.09	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы.
7	25.09	19:00	Семинар	Инвариант	Понятие инварианта. Примеры построения инвариантных величин в задаче. Акцент на чётности как





					инварианте. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
8	27.09	19:00	Семинар	Раскраска	Раскраска как инвариант. Различные виды раскрасок. Метод весов (раскраска числами). <b>Домашнее задание</b> по семинару.
9	29.09	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы.
10	30.09	15:00-23:00	День индивидуальных консультаций		
11	По согласованию	15:00-23:00	Собеседования		

**Материалы методического сопровождения:**

- Генкин С. А., Итенберг И. В., Фомин Д. В. Ленинградские математические кружки. Главы «Чётность», «Принцип Дирихле», «Инвариант».
- Канель-Белов А. Я., Ковальджи А. К. Как решают нестандартные задачи. Главы «Доказательство от противного», «Чётность», «Подсчёт двумя способами», «Соответствие», «Принцип Дирихле», «Инварианты», «Раскраски».
- Баранов В. Н., Баранова О. В. Элементы дискретной математики. Метод раскраски. Принцип Дирихле.
- Летчиков А. В. Принцип Дирихле.
- Медников Л. Э. Чётность.
- Богомолова О. Б. Логические задачи.
- Журнал «Квант», 2015, №3. Кузнецов Д. Ю. «О методе раскраски на примере одной задачи».





Октябрь 2023 года

**Тема месяца:** логика и алгоритмы.

**Цели месяца:**

обучающийся **понимает:**

- что значит «гарантированно» выполнить что-либо в математических задачах на алгоритмы;
- концепцию количества информации;
- как рационально осуществляется перебор в логических задачах с истинными и ложными утверждениями;
- что такое «правильная игра» с математической точки зрения;
- принцип симметричной стратегии в математической игре;
- концепцию анализа с конца в позиционных играх.

обучающийся **умеет:**

- конструировать алгоритмы в задачах на взвешивания;
- доказывать минимальность количества операций для гарантированного осуществления необходимого результата в алгоритмических задачах;
- решать логические задачи с ложными утверждениями, в том числе с формулировкой о рыцарях и лжецах;
- придумывать выигрышную стратегию за одного из игроков в математических играх;
- строго доказывать, что некоторая стратегия игрока в математической игре действительно является победной;
- решать различные задачи на конструирование алгоритмов и процессов.





№	Дата	Время	Формат занятия	Тема занятия	Содержание занятия
1	02.10	19:00	Семинар	Конструктивные задачи на взвешивания	Задачи на построение алгоритмов в формулировках о взвешивании. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
2	04.10	19:00	Семинар	Задачи на взвешивания, детекторы и количество информации	Понятие количества информации в задачах на взвешивание и детекторы. Доказательство минимальности количества действий в задачах на алгоритмы. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
3	06.10	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы.
4	09.10	19:00	Семинар	Рыцари и лжецы	Задачи с классической формулировкой о «рыцарях и лжецах». <b>Домашнее задание</b> по семинару.
5	11.10	19:00	Семинар	Логические задачи: разное	Перебор вариантов в задачах с истинными и ложными утверждениями. Логические таблицы. Разные логические задачи. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
6	13.10	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы.
7	16.10	19:00	Семинар	Игры и стратегии: основы	Понятие «правильной игры». Симметричные стратегии и стратегия дополнения. Игры-шутки. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
8	18.10	19:00	Семинар	Игры и стратегии: анализ с конца	Понятие выигрышных и проигрышных позиций. Анализ с конца в задачах на игры и стратегии. <b>Домашнее задание</b> по семинару.





9	20.10	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы.
10	23.10	19:00	Семинар	Кооперативные алгоритмы, алгоритмы «вслепую»	Задачи на построение алгоритмов с несколькими действующими лицами. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
11	25.10	19:00	Семинар	Алгоритмы: разное	Различные задачи на создание процессов и алгоритмов. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
12	27.10	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы.
13	28.10	15:00-23:00	День индивидуальных консультаций		

**Материалы методического сопровождения:**

- Генкин С. А., Итенберг И. В., Фомин Д. В. Ленинградские математические кружки. Глава «Игры».
- Канель-Белов А. Я., Ковальджи А. К. Как решают нестандартные задачи. Главы «Игры», «Процессы и операции».
- Кноп К. А. Взвешивания и алгоритмы. От головоломок к задачам.
- Раскина И. В., Шноль Д. Э. Логические задачи.
- Раскина И. В. Логика для всех: от пиратов до мудрецов.
- Шень А. Игры и стратегии с точки зрения математики.
- Богданов А. И. Геометрические головоломки.





Ноябрь 2023 года

**Тема месяца:** наглядная геометрия.

**Цели месяца:**

обучающийся **понимает:**

- принципы решения задач на разрезание;
- как применять формулу Пика для нахождения площади клетчатого многоугольника;
- основные приёмы решения геометрических задач на клетчатой бумаге;
- что такое развёртка многогранника, как её внешний вид на плоскости соотносится с внешним видом трёхмерного многогранника;
- принципы решения различных геометрических головоломок;
- что такое осевая симметрия, как строить образ геометрической фигуры при осевой симметрии;
- что такое центральная симметрия, как строить образ геометрической фигуры при центральной симметрии.

обучающийся **умеет:**

- решать задачи на разрезания и замощения;
- применять основные приёмы решения задач наглядной геометрии на клетчатой бумаге и целочисленных решётках;
- работать с многогранниками и их развёртками, содержательно представлять в уме сложные трёхмерные объекты;
- решать различные геометрические головоломки;
- строить образы геометрических фигур при осевой и центральной симметрии;
- применять симметрию в задачах наглядной геометрии.





№	Дата	Время	Формат занятия	Тема занятия	Содержание занятия
1	30.10	19:00	Семинар	Задачи на разрезания и замощения	Приёмы решения различных задач на разрезания и замощения. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
2	01.11	19:00	Семинар	Нестандартные задачи на разрезания и замощения	Решение сложных и нестандартных задач на разрезания и замощения. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
3	03.11	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы.
4	06.11	19:00	Семинар	Геометрия клетчатой плоскости	Площади на клетчатой бумаге. Формула Пика. Различные геометрические задачи на клетчатой плоскости. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
5	08.11	19:00	Семинар	Целочисленные решётки	Решение задач на целочисленных решётках. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
6	10.11	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы.
7	13.11	19:00	Семинар	Задачи с кубами	Пространственные задачи с кубами, задачи на развёртки. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
8	15.11	19:00	Семинар	Пространственные задачи	Различные задачи, развивающие пространственное воображение. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
9	17.11	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы.







10	20.11	19:00	Семинар	Геометрические головоломки	Различные виды геометрических головоломок, приёмы их решения. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
11	22.11	19:00	Семинар	Знакомство с симметрией	Понятие осевой симметрии, понятие центральной симметрии. Упражнения и задачи на применение симметрии. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
12	24.11	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы.
13	25.11	15:00-23:00	День индивидуальных консультаций		

**Материалы методического сопровождения:**

- Канель-Белов А. Я., Ковальджи А. К. Как решают нестандартные задачи. Главы «Покрытия, упаковки и замощения».
- Смирнов В. А., Смирнова И. М. «Геометрия на клетчатой бумаге».
- Волчкевич М. А. Уроки геометрии в задачах, 7-8 классы. Главы «Знакомство с симметрией», «Кратчайшие пути», «Отражения и зеркала».
- Шень А. Геометрия в задачах. Главы «Клетчатая бумага», «Осевая симметрия».
- Блинков А. Д. Геометрия для 7 класса: обычная и не очень. Часть 2. Занятия 10, 11.
- Материалы сайта [geometry.ru](https://geometry.ru/materials/kruzhki_small.php): [https://geometry.ru/materials/kruzhki\\_small.php](https://geometry.ru/materials/kruzhki_small.php)
- Материалы городского конкурса «Наглядная геометрия», размещённые по адресу: <https://disk.yandex.ru/d/rRRcbutGf8K-Kg>
- Занятие «Кубики» из серии методических пособий «Малый мехмат – школе»





Декабрь 2023 года

**Тема месяца:** алгебра и текстовые задачи.

**Цели месяца:**

обучающийся **понимает:**

- что такое уравнение, что значит «решить уравнение»;
- что такое линейные уравнения и приёмы их решения;
- что такое система уравнений, что значит «решить систему уравнений»;
- как строить графики линейных функций, геометрический смысл коэффициентов линейной функции;
- как доказываются, применяются и зачем нужны формулы сокращённого умножения;
- что такое дробь, почему правила арифметических действий с дробями именно такие;
- правило пропорции;
- понятие процента, относительность процента, что из себя представляет «изменение на  $x$  процентов»;
- понятие концентрации и принцип решения задач на смеси и сплавы;
- понятие плотности;
- правильный характер пропорциональности величин в зависимости от их размерности;
- что такое математическая модель задачи и что значит «составить математическую модель задачи»;
- концепцию средней скорости;
- какие бывают виды относительного движения двух объектов;
- относительность движения;
- связь между характеристиками движения объекта и внешним видом графика движения;
- как составлять математические модели задач с движением объектов по кругу;





- как составлять математические модели задач с движением объектов по эскалатору;
- понятие производительности;
- концепцию системы счисления, в частности, десятичной;

обучающийся **умеет**:

- решать линейные уравнения;
- решать системы линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными;
- строить графики линейных функций и решать задачи с такими графиками;
- эффективно раскрывать скобки в алгебраических выражениях;
- уместно применять формулы сокращённого умножения и замечать возможность их применения в нестандартных ситуациях;
- осуществлять арифметические действия с дробями, в том числе, упрощать сложные алгебраические выражения, содержащие дроби;
- работать с процентами;
- находить часть от числа, число по его части, какую часть составляет одно число от другого;
- решать задачи на смеси и концентрации;
- решать задачи на плотности и объёмы;
- составлять математические модели в задачах на движение и совместную работу;
- изображать и использовать графики движения объектов;
- использовать поразрядную запись числа;
- применять свойства делимости и различные оценки при исследовании математических моделей текстовых задач.





№	Дата	Время	Формат занятия	Тема занятия	Содержание занятия
1	27.11	19:00	Семинар	Линейные уравнения и системы	Принципы решения линейных уравнений и систем уравнений. Метод подстановки. Метод сложения уравнений. Графики линейных функций. <b>Домашнее задание</b> по семинару
2	29.11	19:00	Семинар	Формулы сокращённого умножения. Алгебраические преобразования.	Формулы разностей и сумм степеней. Разложение на множители выражений вида $x^2+ax+by$ . Различные задачи на применение формул сокращённого умножения. Интуиция, стоящая за поиском необходимых преобразований алгебраических выражений. Различные задачи на алгебраические преобразования. <b>Домашнее задание</b> по семинару
3	01.12	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы
4	04.12	19:00	Семинар	Доли, проценты и отношения	Задачи с процентами и долями. Изменение на процент. Относительность процентных величин. Простой и сложный процент. <b>Домашнее задание</b> по семинару
5	06.12	19:00	Семинар	Задачи с физическим содержанием	Текстовые задачи на смеси и сплавы. Текстовые задачи на плотности и объёмы. Перевод одномерных, двумерных и трёхмерных единиц измерения. Пропорциональность площадей и объёмов. <b>Домашнее задание</b> по семинару





6	08.12	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы
7	11.12	19:00	Семинар	Задачи на движение	Составление математической модели задачи. Грамотное введение переменных. Графический подход в задачах на движение. Задачи на движение с дополнительными условиями: по реке, по эскалатору, по кругу. <b>Домашнее задание</b> по семинару
8	13.12	19:00	Семинар	Задачи на совместную работу	Составление математической модели задачи. Грамотное введение переменных. Понятие производительности. Решение различных задач на совместную работу. <b>Домашнее задание</b> по семинару
9	15.12	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы
10	18.12	19:00	Семинар	Десятичная запись числа	Поразрядная запись числа. Задачи на десятичную запись числа. Приёмы решения уравнений в целых числах. <b>Домашнее задание</b> по семинару
11	20.12	19:00	Семинар	Текстовые задачи с неравенствами и делимостью	Нетипичные и нестандартные текстовые задачи, требующие дополнительных соображений при решении. Задачи, использующие оценки и неравенства. Задачи с целыми числами, использующие свойства делимости и остатков. <b>Домашнее задание</b> по семинару





12	22.12	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы
13	23.12	15:00-23:00	День индивидуальных консультаций		

**Материалы методического сопровождения:**

- Чулков П. В. Арифметические задачи.
- Яценко И. В., Мерзон Г. А. Длина, площадь, объём.
- Материалы УМК Петерсон за 5-7 классы





Январь 2023 года

**Тема месяца:** основы планиметрии.

**Цели месяца:**

обучающийся **понимает:**

- базовые геометрические понятия и аксиомы;
- признаки равенства треугольников и их доказательства;
- концептуальный смысл применения признаков и свойств геометрических объектов в задачах на доказательства;
- свойства равнобедренного треугольника;
- концептуальный смысл приёма «удвоение медианы»;
- признаки равенства прямоугольных треугольников;
- содержание и сущностный смысл неравенства треугольника;
- соотношение между сторонами и углами треугольника;
- понятие параллельных прямых и значение пятого постулата Евклида для геометрии;
- теорему о сумме углов треугольника;
- как должен выглядеть хороший чертёж к геометрической задаче (масштабность, правдоподобность, общий вид);
- концептуальную необходимость создания «мостов» между «миром углов» и «миром отрезков» в содержательных геометрических задачах;

обучающийся **умеет:**

- отмечать равные соответственные элементы равных треугольников;
- замечать равные треугольники на рисунке;
- использовать признаки равенства треугольников и свойства равнобедренных треугольников в геометрических задачах на доказательство;





- находить значения всех углов, подлежащих вычислению простейшими средствами на имеющемся чертеже;
- уместно использовать приём «удвоение медианы»;
- разумно использовать наиболее распространённые приёмы дополнительных построений в задачах, требующих этого.

№	Дата	Время	Формат занятия	Тема занятия	Содержание занятия
1	08.01	19:00	Семинар	Первый и второй признаки равенства треугольников	Доказательство первых двух признаков равенства треугольников. Применение в задачах на доказательство. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
2	10.01	19:00	Семинар	Равнобедренные треугольники. Третий признак равенства треугольников	Доказательство свойств равнобедренных треугольников. Доказательство третьего признака равенства треугольников. Применение в задачах на доказательство. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
3	12.01	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы.
4	15.01	19:00	Семинар	Удвоение медианы	Понятие параллелограмма. Приём удвоения медианы в задачах на доказательство. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
5	17.01	19:00	Семинар	Равенство прямоугольных треугольников	Признаки равенства прямоугольных треугольников и применение в задачах на доказательство. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
6	19.01	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы.







7	22.01	19:00	Семинар	Геометрические неравенства	Соотношение между сторонами и углами треугольника. Неравенство треугольника, обобщённое неравенство треугольника. Применение в задачах на геометрические неравенства. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
8	24.01	19:00	Семинар	Внешний угол треугольника. Параллельность.	Теорема о внешнем угле треугольника. Углы при параллельных прямых. Счёт углов. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
9	26.01	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы
10	29.01	19:00	Семинар	Равные треугольники и дополнительные построения-1	Расчёт углов в задачах с равными треугольниками. Задачи, требующие дополнительных построений. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
11	31.01	19:00	Семинар	Равные треугольники и дополнительные построения-2	Задачи на дополнительные построения повышенной сложности. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
12	02.02	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы.
13	03.02	15:00-23:00	День индивидуальных консультаций		

**Материалы методического сопровождения:**

- Волчкевич М. А. Уроки геометрии в задачах, 7-8 классы. Стр. 24-51.





- Шень А. Геометрия в задачах. Главы «Признаки равенства треугольников», «Равнобедренные треугольники», «Неравенство треугольника», «Параллельность», «Прямоугольные треугольники».
- Блинков А. Д. Геометрия для 7 класса: обычная и не очень. Часть 1. Занятия 1-8.
- Блинков А. Д. Геометрия для 7 класса: обычная и не очень. Часть 2. Занятия 13, 14.
- Гордин Р. К. Геометрия. Планиметрия. 7-9 классы. Стр. 5-25, 47-56.
- Генкин С. А., Итенберг И. В., Фомин Д. В. Ленинградские математические кружки. Глава «Неравенство треугольника».





Февраль 2023 года

**Тема месяца:** теория чисел.

**Цели месяца:**

обучающийся **понимает:**

- основные свойства делимости;
- что такое простые и составные числа, как раскладывать числа на простые множители, единственность такого разложения;
- что такое НОД, НОК, как их находить;
- что такое взаимно простые числа, попарно взаимные числа, взаимно простые в совокупности числа, как связаны эти понятия между собой;
- принцип алгоритма Евклида и доказательство его корректности;
- концепцию деления с остатком;
- как работать с остатками отрицательных чисел;
- что такое сравнение по модулю, свойства сравнений;
- формулировки и доказательства признаков делимости;
- идею зацикливания остатков степеней;
- принцип невозможных остатков;
- как корректно осуществить перебор при решении уравнения в целых числах методом разложения на множители;
- идею перебора остатков для доказательства отсутствия решений уравнения в целых числах;

обучающийся **умеет:**

- решать теоретико-числовые задачи на применение базовых свойств делимости;
- использовать свойства сравнений по модулю для решения задач;





№	Дата	Время	Формат занятия	Тема занятия	Содержание занятия
					<ul style="list-style-type: none"><li>• осуществлять полный и эффективный перебор остатков степеней по различным модулям;</li><li>• решать уравнения в целых числах методом разложения на множители;</li><li>• использовать признаки делимости в задачах, в том числе и в их общем виде;</li><li>• доказывать отсутствие решений у уравнения в целых числах методом перебора остатков.</li></ul>
1	05.02	19:00	Семинар	Введение в теорию чисел	Определение делимости, основные свойства. Определение простого числа. Основная теорема арифметики. <b>Домашнее задание</b> по семинару
2	07.02	19:00	Семинар	Простые и составные числа	Бесконечность количества простых чисел. Каноническое разложение чисел на простые множители. Проверка на простоту, нахождение НОД и НОК. Взаимно простые числа. Задачи о простых и составных числах. <b>Домашнее задание</b> по семинару
3	09.02	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы.
4	12.02	19:00	Семинар	Алгоритм Евклида	Применение алгоритма Евклида для нахождения НОД. Решение линейных диофантовых уравнений с помощью алгоритма Евклида. Задачи на доказательство свойств делимости, использующие принцип алгоритма Евклида. <b>Домашнее задание</b> по семинару





5	14.02	19:00	Семинар	Признаки делимости	Доказательство признаков делимости на степени чисел 2 и 5, на числа 3 и 9, на число 11. Решение задач с их помощью. <b>Домашнее задание</b> по семинару
6	16.02	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы
7	19.02	19:00	Семинар	Сравнения по модулю	Определения деления с остатком и сравнения по модулю. Свойства сравнений. Применение сравнений по модулю для решения задач на остатки. <b>Домашнее задание</b> по семинару
8	21.02	19:00	Семинар	Общий вид признаков делимости	Формулировка признаков делимости через остатки. Применение для решения задач. <b>Домашнее задание</b> по семинару
9	23.02	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы
10	26.02	19:00	Семинар	Уравнения в целых числах-1	Решение уравнений в целых числах методом разложения на множители и перебора делителей. <b>Домашнее задание</b> по семинару
11	28.02	19:00	Семинар	Уравнения в целых числах-2	Доказательство отсутствия решений уравнения в целых числах. Метод перебора остатков. <b>Домашнее задание</b> по семинару
12	01.03	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы





13	02.03	15:00-23:00	День индивидуальных консультаций		
----	-------	-------------	----------------------------------	--	--

**Материалы методического сопровождения:**

- Генкин С. А., Итенберг И. В., Фомин Д. В. Ленинградские математические кружки. Главы «Делимость и остатки», «Делимость-2», «Системы счисления».
- Канель-Белов А. Я., Ковальджи А. К. Как решают нестандартные задачи. Главы «Делимость и остатки», «Алгоритм Евклида».
- Кноп К. А. Азы теории чисел.
- Сгибнев А. И. Делимость и простые числа.
- Вавилов В. В. Многоликий алгоритм Евклида.





Март 2023 года

**Тема месяца:** дискретные задачи.

**Цели месяца:**

обучающийся **понимает:**

- правила суммы и произведения в комбинаторике;
- различия между перестановками, размещениями (без повторов и с повторениями) и сочетаниями;
- вид формул для перестановок, размещений (без повторов и с повторениями) и сочетаний, вывод этих формул;
- принцип дополнения в комбинаторике;
- суть метода шаров и перегородок;
- доказательства тождеств для чисел сочетаний различными методами, их комбинаторную суть;
- связь комбинаторных тождеств и треугольника Паскаля;
- что такое однокруговой, двухкруговой турнир и турнир по олимпийской системе;
- основные понятия теории графов;
- концепцию дерева и минимальной связности в графе;
- понятие эйлеровости графа, критерий эйлеровости (с доказательством);
- понятие гамильтоновости графа;
- концепцию ориентированного графа;
- понятие петель и кратных рёбер в графе;

обучающийся **умеет:**

- корректно применять правила суммы и произведения в комбинаторике;
- работать со сложными выражениями, содержащими факториалы;





- грамотно применять формулы перестановок, размещений (с повторениями и без повторений) и сочетаний в задачах на подсчёт количества вариантов;
- уместно применять метод шаров и перегородок;
- применять основные приёмы решения задач на турниры;
- переводить задачу на язык теории графов и корректно применять специальную терминологию теории графов;
- решать задачи на свойства деревьев и выделение остовного дерева в графе;
- использовать критерий эйлеровости графа;
- доказывать отсутствие гамильтоновости графа различными способами;
- применять концепции ориентированных графов, петель и кратных рёбер в графе.

№	Дата	Время	Формат занятия	Тема занятия	Содержание занятия
1	04.03	19:00	Семинар	Введение в комбинаторику	Правила суммы и произведения: аналогия с логическими «И», «ИЛИ». Вывод формул для перестановок и размещений. Размещения с повторениями, задачи о двоичных кодах, о количестве подмножеств. Отработка навыков работы с факториалами. <b>Домашнее задание</b> по семинару
2	06.03	19:00	Семинар	Числа сочетаний	Вывод формулы числа сочетаний. Отработка применения формулы в числах. <b>Домашнее задание</b> по семинару
3	08.03	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы
4	11.03	19:00	Семинар	Перечислительная комбинаторика	Отработка навыка проведения перебора в комбинаторных задачах, разбиение на случаи. Метод шаров и перегородок. Различные задачи на подсчёт числа







					вариантов. <b>Домашнее задание</b> по семинару
5	13.03	19:00	Семинар	Комбинаторные тождества	Доказательство тождеств с биномиальными коэффициентами: алгебраически и комбинаторно. Треугольник Паскаля. <b>Домашнее задание</b> по семинару
6	15.03	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы
7	18.03	19:00	Семинар	Турниры	Различные задачи на проведение турниров по круговой системе. Задачи на турниры по олимпийской системе. <b>Домашнее задание</b> по семинару
8	20.03	19:00	Семинар	Введение в теорию графов	Понятие графа. Определения в теории графов. Простейшие задачи на графы. Чётность числа нечётных вершин. Изоморфность графов. Существование графов с заданными свойствами. <b>Домашнее задание</b> по семинару
9	22.03	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы
10	25.03	19:00	Семинар	Минимальная связность	Понятие дерева. Задачи на связь количества вершин и рёбер в дереве, задачи на выделение остовного дерева. Формула Эйлера для плоских графов. <b>Домашнее задание</b> по семинару
11	27.03	19:00	Семинар	Обходы графов	Эйлеровость и гамильтоновость графов. Критерий эйлеровости. Существование





					гамильтонова пути в ориентированном графе. Задачи на обход графов. <b>Домашнее задание</b> по семинару
12	29.03	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы
13	30.03	15:00-23:00	День индивидуальных консультаций		

**Материалы методического сопровождения:**

- Канель-Белов А. Я., Ковальджи А. К. Как решают нестандартные задачи. Глава «Графы».
- Генкин С. А., Итенберг И. В., Фомин Д. В. Ленинградские математические кружки. Главы «Комбинаторика-1», «Комбинаторика-2», «Графы-1», «Графы-2».
- Виленкин Н. Я. Комбинаторика. Главы I, II.
- Виленкин Н. Я. Популярная комбинаторика.
- Заславский А. А., Френкин Б. Р., Шаповалов А. В. Задачи о турнирах.
- Гуровиц В. М. Ховрина В. В. Графы.





**Апрель 2023 года**

**Тема месяца:** «оценка+пример» и конструктивы.

**Цели месяца:**

обучающийся **понимает:**

- основные приёмы решения числовых ребусов;
- понятия примера и контрпримера;
- когда приведение примера или контрпримера является полным решением задачи, а когда не является;
- глобальные идеи, полезные в задачах на конструирование объектов с заданными свойствами;
- варианты применения принципа «узких мест»;
- значимость наличия как «оценки», так и «примера» в задачах типа «оценка+пример»;
- какие рассуждения могут считаться строгими доказательствами оценки в задачах типа «оценка+пример», а какие – нет;
- основные приёмы решения задач типа «оценка+пример» на клетчатых досках;

обучающийся **умеет:**

- решать числовые ребусы;
- конструировать числовые и геометрические объекты с заданными свойствами;
- применять классические приёмы доказательства оценки в задачах типа «оценка+пример» на клетчатых досках;
- придумывать нестандартные ходы для доказательства оценки в задачах типа «оценка+пример» с различной тематикой.

№	Дата	Время	Формат занятия	Тема занятия	Содержание занятия
1	01.04	19:00	Семинар	Числовые ребусы	Задачи на решение математических ребусов и головоломок, построенных на





					принципе шифра замены. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
2	03.04	19:00	Семинар	Целочисленные конструкции	Различные задачи на конструирование примеров с целыми числами. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
3	05.04	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы.
4	08.04	19:00	Семинар	Оценка+пример на клетчатых досках-1	Введение в задачи типа оценка+пример. Значение как построения примера, так и доказательства оценки в подобных задачах. Техники и полезные соображения при построении примера. Полезные соображения при решении задач типа оценка+пример, сформулированных на клетчатых досках. Разбиение на части. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
5	10.04	19:00	Семинар	Оценка+пример на клетчатых досках-2	Полезные соображения при решении задач типа оценка+пример, сформулированных на клетчатых досках. Применение узлов, стенок. Метод выделенных множеств. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
6	12.04	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы.
7	15.04	19:00	Семинар	Геометрические конструкции	Задачи на конструирование геометрических конструкций с необходимыми свойствами. <b>Домашнее задание</b> по семинару.





8	17.04	19:00	Семинар	Пространственные конструкции	Задачи на конструирование геометрических конструкций в пространстве с необходимыми свойствами. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
9	19.04	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы.
10	22.04	19:00	Семинар	Оценка+пример: числа	Задачи типа оценка+пример из теории чисел и алгебры. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
11	24.04	19:00	Семинар	Оценка+пример: разное	Нестандартные задачи типа оценка+пример из различных разделов. <b>Домашнее задание</b> по семинару.
12	26.04	19:00	Практическое занятие	Практика по пройденным темам	Решение и сдача преподавателю задач на пройденные темы.
13	27.04	15:00-23:00	День индивидуальных консультаций		

**Материалы методического сопровождения:**

- Шаповалов А. В. Как построить пример?
- Шаповалов А. В. Математические конструкции: от хижин к дворцам.
- Шаповалов А. В. Принцип узких мест.

