

XIX тур

Решения принимаются до 11:59 24 февраля 2023 года по адресу
<https://forms.gle/WKTuERWVaiPwpGXL8>

Старт

В ряд выложены четыре гири. Среди гирь есть и настоящие, и фальшивые (все настоящие гири весят одинаково, все фальшивые гири весят одинаково, фальшивые легче настоящих). Известно, что любая настоящая гиря лежит справа от любой фальшивой. Как Чебурашке за одно взвешивание на чашечных весах без дополнительных гирь определить тип каждой из четырёх гирь?

Юниоры

Вася нашёл ровный кирпич в стандартной форме прямоугольного параллелепипеда. Он выбрал три грани кирпича (все эти грани — прямоугольники), прилежащие к одной и той же вершине кирпича, и провёл на гранях диагонали, не примыкающие к выбранной вершине. Оказалось, что три проведённых диагонали образовали правильный треугольник. Докажите, что кирпич является кубом.

Сеньоры

Для всех натуральных $n \geq 2$ и действительных x ($|x| \leq 1$) докажите неравенство $2^n \geq (1-x)^n + (1+x)^n$.

Открытая лига

Найдите наименьшее натуральное число n , что существует треугольник, который можно разрезать на m подобных четырёхугольников при любом натуральном $m \geq n$ (при разных m могут быть разные четырёхугольники).

