

## XVIII тур

Решения принимаются до 11:59 17 февраля 2023 года по адресу  
<https://forms.gle/WKTuERWVaiPwpGXL8>

## Старт

Два игрока по очереди ставят на шахматную доску слонов (за один ход — одного слона) так, чтобы они не били друг друга. Тот, кто не сможет поставить слона, проигрывает. Кто выиграет при правильной игре — первый или второй игрок?

## Юниоры

На выставке участвует девять собак. Известно, что среди любых четырёх собак можно выбрать две с одинаковым хозяином, а среди любых пяти собак максимум три могут иметь одинакового хозяина. Сколько собаководов может быть на выставке и сколько у каждого собак?

## Сеньоры

В Австралии 2023 города. Между некоторыми парами городов построили односторонние дороги. Кенгуру путешествует по городам Австралии, за день проскакивая одну дорогу или не двигаясь. Город  $B$  является  $k$ -доступным для города  $A$ , если кенгуру может добраться из  $A$  в  $B$  за  $k$  дней (в частности, город  $A$   $k$ -доступен для  $A$  при любом целом неотрицательном  $k$ ). Оказалось, что 2022-доступных городов у любого города  $C$  в Австралии больше, чем 2021-доступных городов для этого же города  $C$ . Сколько дорог в Австралии?

## Открытая лига

Винтик задумал бесконечную последовательность положительных чисел  $\{c_n\}$ . После чего Шпунтик построил последовательность многочленов:  $P_0(x) = 1$ ,  $P_1(x) = x$ , ...,  $P_{n+2}(x) = (1 + c_{n+1})xP_{n+1}(x) - c_{n+1}P_n(x)$ . Докажите, что корни любого из многочленов последовательности находятся на отрезке  $[-1, 1]$ .

