

Самостоятельная работа

- 1) Сколько существует двузначных чисел, которые ровно в 9 раз больше суммы своих цифр? А сколько существует таких трёхзначных чисел?
- 2) В натуральном числе поменяли местами две цифры, стоящие через одну, и из полученного числа вычли исходное. Докажите, что разность всегда делится на 99.
- 3) Найдите все четырёхзначные числа \overline{abcd} , такие, что $\overline{abcd} + \overline{abc} + \overline{ab} + \bar{a} = 2011$.
- 4) Существует ли натуральное число, которое при зачёркивании первой цифры уменьшается ровно в 2011 раз?
- 5) Пятизначное число кратно 41. Докажите, что если переставить его цифры в циклическом порядке, то делимость на 41 сохранится.

Самостоятельная работа

- 6) В арифметической прогрессии $a_1 = -85$, a_{19} – её первый положительный член. Какие значения может принимать разность прогрессии?
- 7) Сумма трёх чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 12. Найдите наибольшее значение произведения этих чисел.
- 8) В арифметической прогрессии пятый член равен 2. При каком значении разности прогрессии сумма всевозможных попарных произведений четвёртого, седьмого и восьмого членов прогрессии будет наименьшей?
- 9) Три числа, сумма которых равна 12, образуют арифметическую прогрессию. Если второе оставить без изменения, а первое и третье увеличить на 1, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.
- 10) Сумма модулей членов конечной арифметической прогрессии равна 100. Если все её члены увеличить на 1, то сумма модулей членов полученной прогрессии будет также равна 100. Какие значения при этих условиях может принимать величина n^2d , где d – разность прогрессии, а n – число её членов?

Самостоятельная работа

- 11) Средний рост пяти игроков баскетбольной команды – 2,04 м. После замены игрока, рост которого равен среднему, средний рост увеличился до 2,08 м. Каков рост нового игрока?
- 12) Среднее арифметическое десяти различных положительных целых чисел равняется 10. Чему может равняться наибольшее среди этих чисел?
- 13) Известно, что произведение двух положительных чисел равно 16. Какое наименьшее значение может принимать их сумма?
- 14) Произведение положительных чисел a_1, a_2, \dots, a_n равно 1. Докажите, что их сумма больше или равна n .
- 15) Найдите наибольшее натуральное число, каждая не крайняя цифра которого меньше среднего арифметического соседних с ней цифр.

Ответы к самостоятельной работе

- 1) Такое двузначное число единственное и равно 81. Трёхзначных чисел с таким свойством не существует.
- 2) Воспользуйтесь десятичной записью числа и поменяйте местами цифры a_{k-1} и a_{k+1} .
- 3) 1811
- 4) Нет, не существует.
- 5) Запишите исходное число как $10000a + N$, где a – первая цифра, и выразите новое число через N и a .
- 6) $(\frac{85}{18}; 5]$
- 7) 64
- 8) -8
- 9) 1, 4, 7 или 7, 4, 1.
- 10) ± 400
- 11) 2,24 м
- 12) От 15 до 55 включительно.
- 13) 8
- 14) Примените неравенство о средних для n чисел.
- 15) 96433469.