

**Программа Школы АПО по математике для 7 класса
2021-2022 учебный год**

Этот курс рассчитан на полное и глубокое освоение материала, необходимого для успешного выступления на классических олимпиадах по математике. В курсе разбираются, в основном, «олимпиадные» темы, выходящие за рамки школьной программы. Некоторые темы имеют пересечения со школьной программой, но подаются на существенно более глубоком уровне понимания, необходимом для решения задач повышенной сложности. По итогам успешного освоения курса ученики приобретают уровень знаний, достаточный для того, чтобы стать победителями муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по математике и в будущем пройти на региональный этап.

Номер занятия	Тема занятия	Описание занятия
Семинары		
1	Задачи на доли и проценты	Вычисления части от числа, части одного числа от другого, числа по его части. Изменение на процент. Относительность процентных величин. Простой и сложный процент.
2	Чётность и биекция	Чётность суммы и произведения целых чисел. Задачи на идеи чётности и чередования. Шахматная раскраска. Задачи, решаемые с помощью идеи установления взаимно-однозначного соответствия между объектами (биекции).
3	Решение уравнений и систем	Решение простейших уравнений с одной переменной. Метод подстановки в системах с двумя и более переменными. Метод сложения и вычитания уравнений.
4	Текстовые задачи на составление уравнений и систем	Различные текстовые задачи с произвольным содержанием (не на движение, стоимость и совместную работу). Составление простейших математических моделей, решение составленных систем. Метод сложения и вычитания уравнений в реальных задачах. Понятие производительности. Общая производительность. Понятия выручки, издержек, прибыли. Различные задачи на цену объектов.

5	Задачи на движение	Составление математической модели задачи. Грамотное введение переменных. Графический подход в задачах на движение. Понятие средней скорости. Задачи на движение с дополнительными условиями: по кругу, по эскалатору. Расстояние как площадь под графиком скорости. Простейшие задачи на ускоренное движение.
6	Суммирование и ФСУ	Понятие арифметической прогрессии. Вычисление суммы арифметической прогрессии методом Гаусса. Вычисление телескопических сумм. Суммы степеней. Вывод стандартных формул сокращённого умножения. Формулы разности степеней через разность, разности чётных степеней через сумму и суммы нечётных степеней через сумму. Выражения вида $xu+ax+by$. Различные задачи на алгебраические преобразования.
7	Комбинаторика-1	Отработка навыка проведения полного перебора. Правила суммы и произведения: аналогия с логическими «И», «ИЛИ». Комбинаторные задачи на перебор вариантов. Вывод формул для перестановок и размещений. Размещения с повторениями, задачи о двоичных кодах, о количестве подмножеств. Отработка навыков работы с факториалами.
8	Комбинаторика-2	Вывод формулы числа сочетаний. Отработка применения формулы в числах. Доказательство тождеств с биномиальными коэффициентами: алгебраически и комбинаторно. Треугольник Паскаля. Различные комбинаторные задачи.
9	Свойства и признаки делимости	Определение делимости, основные свойства. Определение простого числа. Основная теорема арифметики. Бесконечность количества простых чисел. Каноническое разложение чисел на простые множители. Проверка на простоту, нахождение НОД и НОК. Взаимно простые числа. Доказательство признаков делимости на степени чисел 2 и 5, на числа 3 и 9, на число 11. Доказательство теоремы о количестве делителей. Алгоритм Евклида.

10	Сравнения по модулю	Понятие сравнения по модулю. Операции с остатками. Цикличность остатков при возведении в степень. Невозможные остатки. Применение сравнений по модулю для решения диофантовых уравнений.
11	Десятичная запись числа	Задачи с цифрами, использующимися при записи числа в десятичной системе счисления. Составление и решение уравнений в подобных задачах, полезные приёмы. Изменение суммы цифр числа при переходе через разряд.
12	Неравенства в текстовых задачах	Текстовые задачи из классических и перечневых олимпиад, требующие составления математической модели, решение которой основано на применении неравенств. Приёмы вывода неравенств и различных оценок в целых числах из свойств делимости. Доказательство равенств с помощью двойных неравенств.
13	Планиметрия: основы	Основные определения из планиметрии. Свойства параллельных прямых, признаки равенства треугольников. Равнобедренные треугольники.
14	Равные треугольники	Задачи на доказательства в планиметрии, использующие свойства равнобедренных треугольников и признаки равенства треугольников без применения дополнительных построений.
15	Простейшие дополнительные построения	Задачи на доказательства в планиметрии, использующие свойства равнобедренных треугольников и признаки равенства треугольников с применением простейших дополнительных построений.
16	Движения в геометрии	Задачи на доказательства в планиметрии, использующие свойства равнобедренных треугольников и признаки равенства треугольников с применением дополнительных построений, основанных на движениях: осевая симметрия, центральная симметрия, поворот, параллельный перенос. В том числе задачи на геометрические неравенства (с применением неравенства треугольника).

17	Задачи с досками и таблицами	Различные задачи не экстремального характера на досках и таблицах. Экстремальные задачи на шахматной доске. Методы доказательства оценки на ней: разбиение на части, узлы, стенки и перегородки, выделенные множества, раскраска. Полезные соображения при построении оптимальных примеров на досках и таблицах.
18	Задачи типа «оценка+пример»	Значение оценки и примера в экстремальных задачах. Различные методы доказательства оценки. Полезные соображения при построении оптимальных примеров. Различные задачи типа «оценка+пример».
19	Игры и стратегии	Понятие «правильной игры». Основные виды стратегий: симметрия, дополнение, передача хода. Анализ с конца. Игры-шутки. Стратегия выжидания («заповедника»).
20	Алгоритмы. Взвешивания	Задачи на построение алгоритмов с определёнными условиями. Задачи типа «оценка+пример» на алгоритмы. Задачи на взвешивания. Количество информации, доказательство минимальности количества взвешиваний.
21	Турниры	Задачи на турниры по круговой системе из классических и перечневых олимпиад. Приёмы решения подобных задач. Задачи на турниры по олимпийской системе.
22	Принцип крайнего	Доказательство различных утверждений из алгебры и геометрии с использованием принципа крайнего. Доказательство различных утверждений из дискретной математики с использованием принципа крайнего. Применение метода спуска для доказательства различных утверждений. Бесконечный спуск. Связь метода спуска с принципом крайнего.
23	Инвариант	Понятие инварианта. Примеры построения инвариантных величин в задаче. Акцент на чётности как инварианте. Раскраска как инвариант. Шахматная раскраска (повторение). Различные виды раскрасок. Метод весов (раскраска числами).

24	Графы	Основные понятия и теоремы теории графов. Подсчёт числа рёбер в графе. Лемма о рукопожатиях. Лемма о хороводах. Эйлеровость, критерий эйлеровости графа. Гамильтоновость. Примеры решения задач на базовые понятия в теории графов. Задачи на двойной подсчёт числа рёбер в двудольных графах.
25	Обобщающее занятие	Обзор специфики различных олимпиад. Разбор вариантов математических олимпиад прошлых лет. Методики и стратегии самостоятельной подготовки к олимпиадам по математике. Обзор летних математических школ и их специфики.
26	Резервное занятие	Занятие со свободной темой, доработка задач с занятий, домашних заданий, пробников; ответы на вопросы.
Мероприятия		
1	Логические ошибки	Мой мозг – враг мой. Научно-популярная лекция, посвящённая когнитивным искажениям: типичным логическим ошибкам, которые можно допустить не только в научных исследованиях и при решении математических задач, но и в повседневной жизни.
2	Парадоксы теории вероятностей	Как врать с помощью статистики и как на это вранье не попасться. Научно-популярная лекция, посвящённая распространённым парадоксам и неочевидным ситуациям, возникающим в теории вероятностей и в статистике, и их практическому влиянию.
3	Числа Фибоначчи и золотое сечение	Закон чисел Фибоначчи. Связь чисел Фибоначчи с золотым сечением. Проявление закона чисел Фибоначчи и золотого сечения в реальном мире.
4	Логарифмы в природе	Понятие логарифма и удивительные проявления логарифмических законов в реальном мире. Закон Вебера-Фехнера, звёздная величина, децибелы. Логарифмическое распределение, закон Бенфорда (закон первой цифры).

5	Математика и музыка	Музыкальный строй и соотношение частот. Способы построения звукоряда. Альтернативные музыкальные лады, микротональные инструменты.
6	Математика на английском языке	Особенности англоязычной математической терминологии. Примеры математических задач из иностранных олимпиад и экзаменов.

