ПРИНЯТО
на заседании Педагогического совета
Протокол №
от

УТВЕРЖДЕНО
приказом директора
АНО ОШ ЦПМ
от №

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
по предмету **«Математика»**
для обучающихся 10-11 классов
(углублённый уровень)
для очно-заочной формы обучения
на 2021 – 2022 учебный год

Составитель: М. Ю. Журавлева

Москва, 2021 год

Оглавление

Планируемые результаты освоения учебного предмета	3
Содержание учебного предмета	9
Тематическое планирование учебного предмета	13

Планируемые результаты освоения учебного предмета

Углубленный уровень

Для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики (1-й уровень планируемых результатов), выпускник **научится**, а также **получит возможность научиться** для обеспечения успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук (2-й уровень планируемых результатов, выделено *курсивом*).

Элементы теории множеств и математической логики

- Свободно оперировать понятиями: множество, пустое, конечное и бесконечное множества, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств;
- применять числовые множества на координатной прямой: отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;
- проверять принадлежность элемента множеству;
- находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;
- Здесь и далее — знать определение понятия, знать и уметь доказывать свойства (признаки, если они есть) понятия, характеризовать связи с другими понятиями, представляя одно понятие как часть целостного комплекса, использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, доказательств, решении задач.
- задавать множества перечислением и характеристическим свойством;
- оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
- проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений;
- *оперировать понятием определения, основными видами определений и теорем;*
- *понимать суть косвенного доказательства;*
- *оперировать понятиями счётного и несчётного множества;*
- *применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств при решении задач.*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;
- проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов;
- *использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов.*

Числа и выражения

- Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональ-

ных чисел, иррациональное число, корень степени n , действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;

— понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел;

— переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;

— доказывать и использовать признаки делимости, суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;

— выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;

— сравнивать действительные числа разными способами;

— упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше второй;

— находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;

— выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;

— выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений;

— свободно оперировать числовыми множествами при решении задач;

— понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств;

— владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач;

— иметь базовые представления о множестве комплексных чисел;

— свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;

— владеть формулой бинома Ньютона;

— применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД, Китайскую теорему об остатках, Малую теорему Ферма;

— применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумму делителей, функцию Эйлера;

— применять при решении задач цепные дроби, многочлены с действительными и целыми коэффициентами;

— владеть понятиями: приводимые и неприводимые многочлены; применять их при решении задач;

— применять при решении задач Основную теорему алгебры; простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

— выполнять и объяснять результаты сравнения результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближённых вычислений, используя разные способы сравнений;

— записывать, сравнивать, округлять числовые данные;

— использовать реальные величины в разных системах измерения;

— составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов.

Уравнения и неравенства

— Свободно оперировать понятиями: уравнение; неравенство; равносильные уравнения и неравенства; уравнение, являющееся следствием другого уравнения; уравнения, равносильные на множестве; равносильные преобразования уравнений;

- решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения третьей и четвёртой степеней, дробно-рациональные и иррациональные;
- овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;
- применять теорему Безу к решению уравнений;
- применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй;
- понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;
- владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;
- использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;
- решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;
- владеть разными методами доказательства неравенств;
- решать уравнения в целых числах;
- изображать на плоскости множества, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;
- свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений;
- *свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;*
- *свободно решать системы линейных уравнений;*
- *решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;*
- *применять при решении задач неравенства Коши—Буняковского, Бернулли;*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач из других учебных предметов;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем, при решении задач из других учебных предметов;
- составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач из других учебных предметов;
- составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;
- использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств.

Функции

- Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значения функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, чётная и нечётная функции; уметь применять эти понятия при решении задач;
- владеть понятием: степенная функция; строить её график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач;

- владеть понятиями: показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;
- владеть понятием: логарифмическая функция; строить её график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач;
- владеть понятием: тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;
- владеть понятием: обратная функция; применять это понятие при решении задач;
- применять при решении задач свойства функций: чётность, периодичность, ограниченность;
- применять при решении задач преобразования графиков функций;
- владеть понятиями: числовые последовательности, арифметическая и геометрическая прогрессии;
- применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий;
- *владеть понятием: асимптота; уметь его применять при решении задач;*
- *применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков.*

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т. п.), интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;
- определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и т. п. (амплитуда, период и т. п.).

Элементы математического анализа

- Владеть понятием: бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;
- применять для решения задач теорию пределов;
- владеть понятиями: бесконечно большие числовые последовательности и бесконечно малые числовые последовательности; уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;
- владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;
- вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;
- исследовать функции на монотонность и экстремумы;
- строить графики и применять их к решению задач, в том числе с параметром;
- владеть понятием: касательная к графику функции; уметь применять его при решении задач;
- владеть понятиями: первообразная, определённый интеграл;
- применять теорему Ньютона—Лейбница и её следствия для решения задач;
- *свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;*
- *свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;*
- *оперировать понятием первообразной для решения задач;*
- *овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона—Лейбница и его простейших применениях;*
- *оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;*
- *уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;*
- *уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;*

- уметь выполнять приближённые вычисления (методы решения уравнений, вычисления определённого интеграла);
- уметь применять приложение производной и определённого интеграла к решению задач естествознания;
- владеть понятиями: вторая производная, выпуклость графика функции; уметь исследовать функцию на выпуклость.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов, интерпретировать полученные результаты.

Комбинаторика, вероятность и статистика, логика и теория графов

- оперировать основными описательными характеристиками числового набора; понятиями: генеральная совокупность и выборка;
- оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей; вычислять вероятности событий на основе подсчёта числа исходов;
- владеть основными понятиями комбинаторики и уметь применять их при решении задач;
- иметь представление об основах теории вероятностей;
- иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах, и распределениях, о независимости случайных величин;
- иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;
- иметь представление о совместных распределениях случайных величин;
- понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;
- иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределённых случайных величин;
- иметь представление о корреляции случайных величин;
- иметь представление о центральной предельной теореме;
- иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;
- иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и её уровне значимости;
- иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;
- иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;
- владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;
- иметь представление о деревьях и уметь применять его при решении задач;
- владеть понятием: связность; уметь применять компоненты связности при решении задач;
- уметь осуществлять пути по рёбрам, обходы рёбер и вершин графа;
- иметь представление об Эйлеровом и Гамильтоновом пути; иметь представление о трудности задачи нахождения Гамильтонова пути;
- владеть понятиями: конечные счётные множества; счётные множества; уметь применять их при решении задач;
- уметь применять метод математической индукции;
- уметь применять принцип Дирихле при решении задач.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;

— выбирать методы подходящего представления и обработки данных.

Текстовые задачи

- Решать разные задачи повышенной трудности;
- анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;
- строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;
- решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;
- анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- решать практические задачи и задачи из других предметов.

История и методы математики

- Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки;
- понимать роль математики в развитии России;
- использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;
- применять основные методы решения математических задач;
- на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач;
- пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов;
- *применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики).*

Содержание учебного предмета

Предмет «Математика» является интегрированным, состоящим в 10 и 11 классах из двух разделов: «Алгебра и начала математического анализа» и «Геометрия».

Математика: алгебра и начала математического анализа. 10 класс

Действительные числа. Действия с рациональными числами. Формулы сокращенного умножения. Действия с алгебраическими дробями. Линейные и дробно-рациональные уравнения и неравенства. Начала статистики. Основные понятия теории множеств. Основные понятия и законы логики, принципы конструирования и доказательства теорем.

Натуральные и целые числа. Делимость чисел. Основная теорема арифметики натуральных чисел. Рациональные, иррациональные, действительные числа, числовая прямая. Числовые неравенства. Аксиоматика действительных чисел. Модуль действительного числа. Метод математической индукции.

Числовые функции. Определение числовой функции и способы её задания. Свойства функций. Периодические и обратные функции.

Тригонометрические функции. Числовая окружность на координатной плоскости. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Тригонометрические функции числового и углового аргумента, их свойства и графики. Сжатие и растяжение графиков тригонометрических функций. Обратные тригонометрические функции.

Тригонометрические уравнения. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Методы решения тригонометрических уравнений: метод замены переменной, метод разложения на множители, однородные тригонометрические уравнения. Тригонометрические неравенства.

Преобразование тригонометрических выражений. Формулы сложения, приведения, двойного аргумента, понижения степени. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. Методы решения тригонометрических уравнений (продолжение).

Комплексные числа и операции над ними. Комплексные числа и операции над ними. Комплексные числа и координатная плоскость. Тригонометрическая запись комплексного числа. Комплексные числа и квадратные уравнения. Возведение комплексного числа в степень. Извлечение квадратного и кубического корня из комплексного числа.

Производная и ее применение. Определение числовой последовательности, способы её задания и свойства. Предел числовой последовательности, свойства сходящихся последовательностей. Сумма бесконечной геометрической прогрессии. Предел функции на бесконечности и в точке. Задачи, приводящие к понятию производной, определение производной, вычисление производных. Понятие производной n -го порядка. Дифференцирование сложной функции. Дифференцирование обратной функции. Уравнение касательной к графику функции. Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы. Применение производной для доказательства тождеств и неравенств. Построение графиков функций. Применение производной для отыскания наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на промежутке. Задачи на оптимизацию.

Комбинаторика и вероятность. Правило умножения. Перестановки и факториалы. Выбор нескольких элементов. Размещения и сочетания. Бином Ньютона. Случайные события и их вероятности.

Повторение курса алгебры и начал математического анализа за 10 класс. Тригонометрические формулы, тригонометрические уравнения. Производная и её применение. Комплексные числа.

Математика: геометрия. 10 класс

Повторение. Повторение свойств и признаков равенства треугольников, свойств четырехугольников. Формулы площадей. Повторение определений, понятий, правил сложения и вычитания векторов, решения простейших задач в координатах.

Введение. Аксиомы стереометрии и их следствия. Основные понятия и аксиомы стереометрии. Следствия из аксиом стереометрии. Пространственные фигуры.

Параллельность прямых и плоскостей. Параллельность прямых, прямой и плоскости. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми. Параллельность плоскостей. Тетраэдр и параллелепипед. Решение задач на нахождение элементов многогранников, углов между элементами многогранников (ребрами и гранями). Построение сечений.

Перпендикулярность прямых и плоскостей. Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей. Трехгранный угол. Многогранный угол.

Многогранники. Понятие многогранника. Призма. Пирамида. Теорема о площади боковой и полной поверхности правильной пирамиды. Правильные многогранники. Выпуклые и невыпуклые многогранники. Построение правильных многогранников. Симметрия многогранников. Элементы симметрии правильных многогранников. Теорема Эйлера. Свойства прямоугольного параллелепипеда. Призма. Теорема о площади боковой поверхности прямой призмы. Теорема о площади боковой поверхности прямой призмы. Пространственная теорема Пифагора. Усечённая пирамида. Площадь её поверхности. Симметрия в пространстве. Параллельная проекция фигуры.

Векторы в пространстве Понятие вектора в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Компланарные векторы. Понятие компланарных векторов в пространстве с точки зрения разложения любого вектора по трем данным некопланарным векторам. Правило параллелепипеда сложения трех некопланарных векторов. 20 аксиом стереометрии. Решение задач по теме «Векторы в пространстве».

Повторение. Аксиомы стереометрии. Параллельность прямых и плоскостей. Перпендикулярность прямых и плоскостей. Призма. Пирамида.

Математика: алгебра и начала математического анализа. 11 класс

Повторение курса алгебры 10 класса. Тригонометрические формулы, тригонометрические уравнения. Производная и её применение. Комплексные числа.

Многочлены. Многочлены от одной переменной. Многочлены от нескольких переменных. Уравнения высших степеней. Уравнение высших степеней. Решение уравнения высших степеней.

Степени и корни. Степенные функции. Понятие корня n -ой степени из действительного числа. Функции $y = \sqrt[n]{x^n}$, их свойства и графики. Свойства корня n -ой степени. Преобразование выражений, содержащих радикалы. Обобщение понятия о показателе степени. Степенные функции, их свойства и графики. Дифференцирование и интегрирование. Извлечение корней n -ой степени из комплексных чисел.

Показательная и логарифмическая функции. Показательная функция, её свойства и график. Показательные уравнения и неравенства. Понятие логарифма. Свойства логарифмов. Логарифмическая функция, её свойства и график. Логарифмические уравнения. Логарифмические неравенства. Дифференцирование показательной и логарифмической функции.

Первообразная и интеграл. Первообразная и неопределённый интеграл. Определённый интеграл, его вычисление и свойства. Вычисление площадей плоских фигур с помощью интегралов. Применение интегралов для решения физических задач.

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей. Вероятность и геометрия. Независимые повторения испытаний с двумя исходами. Статистические методы обработки информации. Гауссова кривая. Закон больших чисел.

Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств. Равносильность уравнений. Общие методы решения уравнений. Уравнения с модулями. Иррациональные уравнения. Доказательство неравенств. Решение рациональных неравенств с одной переменной. Неравенства с модулями. Иррациональные неравенства. Уравнения и неравенства с двумя переменными. Диофантовы уравнения. Системы уравнений. Уравнения и неравенства с параметрами.

Итоговое повторение. Преобразование выражений, содержащих степени. Свойства и графики показательной, логарифмической и степенной функций. Решение показательных, тригонометрических и логарифмических уравнений, систем уравнений. Дифференцирование показательной и логарифмической функции. Методы решения систем уравнений и неравенств, задач с параметрами.

Математика: геометрия. 11 класс

Повторение курса геометрии 10 класса. Аксиомы стереометрии. Параллельность прямых и плоскостей. Перпендикулярность прямых и плоскостей. Призма. Пирамида.

Метод координат в пространстве. Координаты точки и координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Уравнение плоскости. Движения. Преобразование подобия.

Цилиндр, конус, шар. Понятие цилиндра. Площадь поверхности цилиндра. Понятие конуса. Площадь поверхности конуса. Усеченный конус. Сфера и шар. Уравнение сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости. Касательная плоскость к сфере. Площадь сферы.

Объемы тел. Объем прямоугольного параллелепипеда. Объемы прямой призмы и цилиндра. Объемы наклонной призмы, пирамиды и конуса. Объем шара и площадь сферы. Объемы шарового сегмента, шарового слоя и шарового сектора.

Некоторые сведения из планиметрии. Углы и отрезки, связанные с окружностью. Решение треугольников. Теоремы Менелая и Чебы. Эллипс, гипербола и парабола, их канонические уравнения. Теоремы об углах и отрезках, связанных с окружностью, о вписанных и описанных четырехугольниках; вывод формулы для медиан и биссектрисы треугольника, а

также формулы площади треугольника, использующие радиусы вписанной и описанной окружностей. Окружность и прямая Эйлера.

Обобщающее повторение. Аксиомы стереометрии. Параллельность прямых и плоскостей. Перпендикулярность прямых и плоскостей. Вектора. Многогранники. Тела вращения. Площадь поверхности и объемы тел.

Тематическое планирование учебного предмета

В 10 и 11 классах на изучение курса «Алгебра и начала математического анализа» отводится по 136 часов, на изучение курса «Геометрия» отводится по 68 часов, всего по 204 часа.

№	Тема	Количество ак. часов	
		10 класс	11 класс
1	Повторение материала 7-9 классов	14	
2	Действительные числа	12	
3	Числовые функции	10	
4	Некоторые сведения из планиметрии	12	
5	Введение. Аксиомы стереометрии.	4	
6	Параллельность прямых и плоскостей	12	
7	Тригонометрические функции	24	
8	Перпендикулярность прямых и плоскостей	18	
9	Тригонометрические уравнения	10	
10	Многогранники	12	
11	Преобразование тригонометрических выражений	21	
12	Комплексные числа	9	
13	Производная	29	
14	Комбинаторика и вероятность	7	
15	Повторение курса 10 класса	10	
16	Повторение материала 10 класса		4
17	Многочлены		10
18	Цилиндр, конус и шар		16
19	Степени и корни. Степенные функции		24
20	Объёмы тел		17
21	Показательная и логарифмическая функции		31
22	Векторы в пространстве		6
23	Метод координат в пространстве. Движения		15
24	Первообразная и интеграл		9
25	Элементы теории вероятностей и математической статистики		9
26	Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств		33
27	Итоговое повторение		30
	Итого	204	204